

ANÁLISIS Y TIPIFICACIÓN DE ERRORES EN ÁLGEBRA COMETIDOS POR LOS ESTUDIANTES INGRESANTES A LA UNIVERSIDAD

Mg. Patricia López Salazar
paty_lopez18@hotmail.com
Mg. Marysol Rodríguez Blanco
marysol_rb@yahoo.es

Universidad Cooperativa de Colombia, sede Bogotá
. Secretaría de Educación Distrital, Bogotá

Modalidad de participación: Comunicaciones Breves

Resumen. Este reporte muestra los avances de una investigación que se adelanta en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Cooperativa de Colombia, sede Bogotá, sobre los errores frecuentes que cometen los estudiantes ingresantes en sus producciones algebraicas. La información fue obtenida a partir de: i) las concepciones que tienen los docentes sobre los errores más frecuentes cometidos por los estudiantes, ii) la identificación de los errores que cometen los estudiantes cuando trabajan con expresiones algebraicas, iii) la contrastación de la información obtenida en los momentos anteriores y iv) las deducciones sobre las posibles causas que originan el error.

Palabras claves. Causas, contrastación, errores, tipificación.

1. Presentación del problema

Frecuentemente los docentes de Matemáticas observamos que a pesar de cualquier esfuerzo realizado durante la clase, los estudiantes siguen incurriendo sistemáticamente en errores de procedimiento o conceptuales cuando se enfrentan a expresiones algebraicas. Esta situación afecta el normal desempeño del proceso de aprendizaje, llegando inclusive a generar falta de motivación en el alumno que lo induce a desertar de la carrera y buscar otros horizontes en los cuales la incidencia de las Matemáticas sea casi nula.

La desmotivación no es exclusiva de los estudiantes, también como docentes sentimos frustración al comprobar que por mucho esfuerzo o dedicación los resultados no son los esperados. Lamentablemente nuestro sistema evaluativo nos conduce irremediablemente a la sanción del error y pocas veces nos detenemos a realizar un análisis reflexivo sobre la tipología del mismo, lo que seguramente nos daría luces para replantear nuestra acción docente.

La facultad de Ingeniería de la Universidad Cooperativa de Colombia, sede Bogotá, no es ajena a esta situación. Los estudiantes que cursan el primer semestre persisten en procesos erróneos en Matemáticas y a pesar de las acciones correctivas que se han

propuesto, tales como la cátedra de Fundamentos de Matemáticas, las tutorías y asesorías, los resultados continúan siendo preocupantes.

Estas son las razones por las cuales la presente investigación busca detectar y tipificar los errores que con mayor frecuencia cometen los estudiantes, para analizar sus posibles causas, y generar una reflexión en los docentes de Ciencias Básicas que permita replantear su labor docente.

2. Marco Conceptual

El estudio de los errores en Matemáticas se remonta a la primera mitad del siglo XX. El doctor Luis Rico en su libro “La educación matemática en la enseñanza secundaria” publicado en España, hace un recuento de los hallazgos realizados por autores alemanes, españoles, soviéticos y norteamericanos.

En España, podemos destacar los trabajos realizados por Martín Socas en la Universidad de La Laguna, quien ha liderado varios grupos de investigación sobre la incidencia de los errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Para este autor “el error va a tener procedencias diferentes, pero, en todo caso, va a ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no solamente como consecuencia de una falta específica de conocimiento o de un despiste”. Sus estudios han sido dirigidos a alumnos que tienen un primer acercamiento con el Álgebra en la educación secundaria.

Otros autores como Ruano, Rico, Palarea, Radatz atribuyen los errores a: una interpretación incorrecta del lenguaje, errores en Álgebra que tienen su origen en la Aritmética, uso inapropiado de una regla conocida a una situación nueva, errores debido a condiciones afectivas y emocionales hacia la Matemática.

Los errores que comenten los estudiantes ingresantes a la Universidad no corresponden a un único esquema de pensamiento, y sus causas obedecen a diferentes orígenes según la estructura mental que utilicen al enfrentar una situación algebraica. Esto nos conduce a tipificarlos en:

Error de tipo conceptual. Se manifiesta en el mal uso de propiedades, leyes, axiomas y teoremas. Algunos ejemplos de este tipo son: $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ y $(a \pm b)^n = a^n \pm b^n$, donde se evidencia el manejo erróneo de la propiedad distributiva.

Error de tipo procedimental. Se presenta al aplicar reglas, algoritmos o estrategias irrelevantes que se generan a partir de aprendizajes rutinarios. Así por ejemplo, para los

estudiantes $\frac{3}{8} - \frac{1}{3}$ es igual a $\frac{2}{5}$, operando los numeradores y denominadores por separado, naturalizando la expresión.

Error de tipo interpretativo. Se presenta cuando los estudiantes no reconocen las diferentes representaciones simbólicas y desconocen la aplicación de las reglas sintácticas. En el caso de hallar el valor de $\sqrt{100}$ el estudiante frecuentemente da como respuesta $\sqrt{10}$, reconociendo que 10^2 es 100 y por lo tanto su raíz es 10, manteniendo el símbolo del radical, lo que evidencia la ausencia de sentido en cuanto a notación y funciones matemáticas.

Error de tipo imaginario. Es consecuencia de concepciones inadecuadas, como resultado del uso de métodos propios de los estudiantes, en general informales. Al solicitarle a un estudiante fracciones equivalentes a $\frac{10}{3}$, la respuesta dada fue $\frac{0}{7}$, ante la imposibilidad de entender la lógica que lo llevó a esta solución se le consultó sobre el proceso seguido, la respuesta realmente impacta: “a 3 le faltan 7 para ser 10, y a 10 no le falta nada, por lo tanto una fracción equivalente es $\frac{0}{7}$ ”

3. Metodología

La investigación que se está desarrollando es de naturaleza diagnóstica-descriptiva y se ubica en la línea de análisis de errores, en tanto se busca analizar y tipificar los errores cometidos por los alumnos ingresantes al resolver problemas y ejercicios correspondientes a contenidos matemáticos abordados en la educación básica y media en las instituciones educativas colombianas.

Para detectar y tipificar los errores que con mayor frecuencia cometen los estudiantes ingresantes se consideran cuatro momentos investigativos que permiten, respectivamente, obtener información sobre i) las concepciones que tienen los docentes sobre los errores más frecuentes cometidos por los estudiantes, ii) la identificación de los errores que cometen los estudiantes cuando trabajan con expresiones algebraicas, iii) la contrastación de la información obtenida en los momentos anteriores y iv) las deducciones sobre las posibles causas que originan el error.

Para indagar acerca de la concepción que tienen los docentes sobre los errores más frecuentes cometidos por los estudiantes se construyó un instrumento el cual se aplicó a profesores de Matemáticas. Con el listado propuesto por los docentes se tipificó los errores en: conceptual, procedimental, interpretativo e imaginario.

Además, se agruparon teniendo en cuenta la relación de semejanza entre ellos. Esta agrupación se concibió de la siguiente forma:

Errores asociados a operaciones con fracciones. Un representante de este grupo es

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}.$$

Errores en los que se confirma la necesidad de clausura. El representante del grupo es “ $5a+10=15a$ ”

Errores asociados con la inadecuada utilización de la propiedad distributiva. Según los docentes este proceso corresponde al error más frecuente y que tiene una gran incidencia en los cursos superiores. Por su concurrencia se escogieron dos representantes de este grupo:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2; \sqrt{a^2 + b^2} = a + b.$$

Errores en la simplificación de expresiones. El representante es $\frac{ab+ac}{a} = b+ac$.

Errores en la resolución de ecuaciones. El ejemplo representante de este grupo en la ecuación lineal es $\frac{x}{a} + b = c \Rightarrow x = a \cdot c - b$, y en la solución de ecuaciones cuadráticas se tiene: $x(x+1) = 12 \Rightarrow x = 12 \vee x = 11$.

A la fecha se han abordado los tres primeros grupos de errores expuestos anteriormente.

La identificación de los errores que cometen los estudiantes cuando trabajan con expresiones algebraicas se obtuvo a partir de la aplicación de una prueba de tipo diagnóstico la cual tuvo cuatro versiones que fueron validadas y reajustadas durante los años 2009 y 2010.

Para la contrastación de errores propuestos por los docentes y respuestas de los estudiantes, se definió el índice de error $E_j = \frac{e_j}{N_j}$ como el cociente entre el número de sujetos que escogen una de las respuestas erradas (e_j) sobre el número de sujetos que respondieron (N_j).

4. Conclusiones parciales

En el grupo correspondiente a errores frecuentes en operaciones con expresiones racionales, se puede afirmar que obedecen a la naturalización de los conjuntos numéricos, es decir, aplican los algoritmos propios de las operaciones con números naturales a otros conjuntos numéricos.

En el grupo de errores referentes a la incorrecta aplicación de la propiedad clausurativa, se puede aseverar que el estudiante mantiene los esquemas aprendidos a nivel numérico adaptándolos en forma arbitraria al sistema algebraico.

Por último, los errores que obedecen a la inadecuada aplicación de la propiedad distributiva permiten concluir que el esquema dominante es la persistencia del pensamiento lineal trasladado a situaciones no lineales.

5. Bibliografía

- Caronía, S. y otras. (). *Un Análisis Desde La Didáctica De La Matemática Sobre Algunos Errores En El Álgebra*. Facultad de Ciencias Exactas Químicas y Naturales. Universidad Nacional de Misiones. Argentina. 27-35. Recuperado en Junio 12 de 2009 disponible en <http://www.soarem.org.ar/Documentos/39%20Caronia.pdf>
- Cervantes, G.Martínez, R. (2007). *Sobre algunos errores comunes en desarrollos algebraicos*. Zona Próxima, 8, 34-41. Recuperado en mayo 2, 2009 disponible en <http://www.uninorte.edu.co/divisiones/basicas/upload/arti2.pdf>
- Kieran, C.(), *The learning and teaching of school algebra*. Una empresa docente, Universidad de los Andes. 17, 1-24. Recuperado mayo 5, 2009 disponible en [http://www.prof.uniandes.edu.co/dependencias/una-empresa-docente/serv/doc/resumenes/brousseau\(86\)/brousseau\(86\).pdf](http://www.prof.uniandes.edu.co/dependencias/una-empresa-docente/serv/doc/resumenes/brousseau(86)/brousseau(86).pdf)
- Kilpatrick, J. Gómez, P. Rico, L. (1998). *Educación Matemática. Errores y Dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación Historia*. Una Empresa Docente. (Universidad de los Andes: Bogotá)
- Pérez, L. López, P. Rodríguez, M. Gil, J. (2010). Investigaciones sobre imaginarios, actitudes y rendimiento académico en matemáticas. Memorias del segundo congreso nacional, I internacional. Innovación e investigación en ciencias básicas: un reto para la educación básica, media y superior. Universidad Manuela Beltrán.
- Rojas, P. y otros. (2002). *La transición Aritmética-Álgebra*. Grupo Pretexto. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Colección Didáctica de las Matemáticas.
- Rico, L. (1995). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Revista Andaluza de Educación Matemática. pp 125-154.
- Socas, M. (2007). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico*. Investigación en Educación Matemática XI. 19-52. Recuperado julio 2, 2009 disponible en <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2696955>